

Als enige tijd houdt Ben Wilbrink op de website van de Stichting Beter Onderwijs Nederland een blog bij met wetenswaardigheden, meningen en commentaren bij de rekentoetsen. Onlangs is bijdrage nummer 16 gepubliceerd. In deze bijdrage komt naast een aantal belangwekkende inzichten en meningen helaas ook een aantal misvattingen voor die om commentaar mijnerzijds vragen. In dit schrijven treft u deze commentaren aan. Geursiveerde teksten tussen aanhalingstekens zijn letterlijke weergaven uit de blogbijdrage. Geursiveerde teksten zonder aanhalingstekens zijn dat niet, maar geven wel een misvatting weer die in de betreffende blog voorkomt.

Victor Schmidt
22 juni 2011

Misvatting 1:

"Een novum is ook, voor zover op dit moment te overzien (de concept-voorbeeld-rekentoetsen van de toetswijzercommissie-Schmidt), dat deze rekentoetsen, waar het College voor de Examens (CvE) de verantwoordelijkheid voor krijgt, een particularistische opvatting van rekenen vertegenwoordigen."

De gang van zaken is als volgt. In 2007 heeft de toenmalig staatssecretaris, nu minister van OCW een Expertgroep doorlopende leerlijnen Taal en Rekenen ingesteld met als taak op onderscheiden momenten in de schoolloopbaan vast te stellen wat leerlingen moeten kennen en kunnen op het gebied van rekenen. Dit wordt het Referentiekader Taal en Rekenen genoemd. De expertgroep kende twee werkgroepen: één voor taal en één voor rekenen. De werkgroep rekenen stond onder leiding van Anne van Streun en kende een brede samenstelling. Ook Jan van de Craats was lid van deze werkgroep.

De werkgroep heeft feitelijk twee referentiekaders ontwikkeld: één voor vmbo-tl, havo en vwo en één voor vmbo-bb, -kb en mbo. Eerstgenoemde kader is uitgewerkt in een drietal referentieniveaus 1S, 2S en 3S en kent als centraal aandachtspunt het formeel opereren met getallen, objecten en verbanden. Het andere spoor bestaat uit de referentieniveaus 1F, 2F en 3F en richt zich op het functioneel rekenen: het oplossen van problemen met een rekenkundige component in een praktische situatie. De naamgeving van de referentieniveaus sluit aan bij het referentiekader taal. F staat voor fundamentele kwaliteit en S staat voor streefkwaliteit. Deze naamgeving bleek en blijkt tot verwarring te leiden, want in feite zijn de S-niveaus fundamenteel voor vmbo-tl, havo en vwo.

In het Besluit Referentiekaders Taal en Rekenen heeft de rijksoverheid besloten alleen F-niveaus vast te stellen met als formeel argument dat fundamentele niveaus in de regelgeving vastgelegd worden en streefniveaus enkel een perspectief vormen voor getalenteerde leerlingen. Dat dit bij rekenen niet het geval is, moge uit het voorgaande duidelijk zijn. Voor zowel havo, vwo als mbo-niveau 4 is als gevolg hiervan referentieniveau 3F van toepassing en daarmee heeft de overheid – mogelijk zonder zich daarvan bewust van te zijn - voor havo en vwo vastgesteld dat functioneel rekenen leidend is in de rekentoetsen.

De rekentoetswijzercommissie heeft als opdracht gekregen een toetswijzer te ontwikkelen voor havo en vwo op basis van referentieniveau 3F. Als randvoorwaarde gold dat de toetswijzers alleen beredeneerd mochten afwijken van de examensyllabus rekenen/wiskunde mbo-4. Op basis van deze opdracht is de commissie samengesteld en aan het werk gegaan met als resultaat een rekentoets dat grotendeels uit contextopgaven bestaat.

De vrijheid van de commissie was en is zeer beperkt. De rekendoelen van referentieniveau 3F zijn beschreven in het desbetreffende besluit. De commissie zou het referentiekader geen recht doen als ze een groot deel van deze rekendoelen niet in de rekentoetsen zou opnemen of zelf rekendoelen zou hebben toegevoegd. Bovendien, de commissie is er van uit gegaan dat het referentiekader rekenen door een groep met uitstekende expertise en van voldoende variatie is opgesteld. Had de commissie te zeer een eigen plan getrokken, dan zou ze het werk van de expertgroep overgedaan hebben en daarvoor achtte zich niet bevoegd en evenmin juist samengesteld.

Bovendien, en dat is voor mij essentieel, heeft de hele wiskundegemeenschap zich destijds – soms met de nodige aarzeling, maar toch - geconformeerd aan het Referentiekader Rekenen. Hoe zeer de kwaliteit van het referentiekader ook ter discussie gesteld kan worden, het is ons enige houvast.

Zonder referentiekader zijn we weer terug bij af en dat moeten we als wiskundegemeenschap op dit moment niet willen. Misschien is er in de toekomst gelegenheid een nieuw referentiekader te ontwikkelen "met de kennis van nu".

Om toch tegemoet te komen aan wensen uit het veld en de inhoud van de reeds verschenen rekenboeken, heeft de commissie een beperkt gedeelte van de toets gereserveerd voor contextloze opgaven die zonder rekenmachine moet worden opgelost. In de rekentoets 3F heeft de commissie zelfs opgaven uit referentieniveau 1S mogelijk gemaakt, wat strikt genomen volgens het referentiekader onjuist is. Verder kon de commissie niet gaan zonder het referentiekader geweld aan te doen en de relatie met de examens mbo-4 te zeer uit het oog te verliezen.

Feitelijk heeft de commissie maar een beperkt aantal keuzen kunnen maken. Het betreft vooral het gebruik van de rekenmachine. De commissie heeft er voor gekozen bij alle contextopgaven de rekenmachine beschikbaar te stellen. Je kunt authentiekere contextopgaven met ingewikkelder getallen in de toets opnemen en het rekenwerk verstoort de andere stappen bij de probleemoplossing niet. Als het bijvoorbeeld gaat om het uitrekenen van een oppervlakte van een rechthoek met afmetingen 2,4m bij 5,7m, heb ik er geen bezwaar tegen dat een leerling $2,4 \times 5,7$ op de rekenmachine uitrekent. Het gaat bij deze opgave er om dat een leerling bedenkt dat hij beide afmetingen met elkaar moet vermenigvuldigen en niet dat hij 2,4 met 5,7 zonder rekenmachine kan uitrekenen.

Kortom, de inhoud van de rekentoetsen 3F voor havo en vwo is grotendeels bepaald door het referentiekader rekenen en de regelgeving in het Besluit Referentieniveaus Taal en Rekenen. Er is slechts op een beperkt aantal onderdelen sprake van een particularistische opvatting van de commissie.

Misvatting 2:

"Dat zijn NIET de rekenvaardigheden die het HO juist vraagt."

Ik was altijd in de veronderstelling dat het hoger onderwijs vooral behoefte heeft aan beheersing van algebraïsche vaardigheden. Dat wordt in de examenprogramma's wiskunde van 2007 in voldoende mate geborgd. Het verwerven van algebraïsche vaardigheden verloopt in veel gevallen vanuit onderliggende rekenkundige vaardigheden. Als het hoger onderwijs tevreden is over beheersing van algebraïsche vaardigheden – en daarvoor zijn aanwijzingen – waarom zou ze zich dan nog moeite getroosten aan wat daaraan vooraf gaat?

Misvatting 3:

"Ergo: dit is een uitwerking langs de lijnen van realistisch rekenen, een niet empirisch ondersteunde (zie de Onderwijsraad) rekendidactiek van het Freudenthal Instituut. Als de overheid dit, via het CvE, gaat voorschrijven, schrijft het het 'hoe' van het rekenonderwijs voor."

Het referentiekader rekenen beschrijft enkel het "wat" van het rekenonderwijs en kent een reeks rekendoelen die leerlingen op bepaalde momenten in hun schoolloopbaan moeten beheersen. Die rekendoelen hebben niet alleen betrekking op parate kennis en vaardigheden, maar ook op het functioneel kunnen gebruiken van deze kennis en vaardigheden en op inzicht in rekenkundige objecten en structuren. Rekendoelen op het gebied van functioneel gebruik gaan over het oplossen van problemen van rekenkundige aard in een functionele situatie. Het stellen van dergelijke doelen betekent dat scholen geacht worden in hun onderwijs aandacht te schenken aan het verwerven van functioneel gebruiksvaardigheden. Hoe ze dat doen, staat ze vrij. Als een school van mening is dat hun leerlingen deze rekendoelen kunnen bereiken door veel rijtjessommen te oefenen, dan zal niemand daar een probleem van maken, zolang haar leerlingen er maar blij van geven op het toetsmoment functioneel gebruiksdoelen voldoende te beheersen. Het omgekeerde geldt ook. Zou de rekentoets volledig uit contextloze opgaven bestaan, dan kan een school er desondanks voor kiezen de realistische rekendidactiek te hanteren.

Kortom: Hoe een school zijn leerlingen adequaat meent te moeten voorbereiden op de rekentoetsen is geheel en al haar eigen keuze. De rekentoetswijzers geven daarvoor geen aanwijzing. Het formuleren

van functioneel gebruiksdoelen is even valide als van andersoortige rekendoelen en houdt geen didactisch voorschrift in.

Misvatting 4:

"Ergo: met het ontbreken van directe toetsing op rekenvaardigheden vermenigvuldigen, delen, en breuken wordt ontkend dat hier juist de problemen met het reken van de Nederlandse jeugd liggen."

In de voorgestelde rekentoetsen wordt wel degelijk getoetst op beheersing van de genoemde rekenvaardigheden. In de concept rekentoetswijzer staat hieromtrent het volgende:

Contextloze opgaven

De rekentoets bevat een gedeelte met contextloze ("kale") opgaven. Onder een contextloze opgave wordt elke opgave verstaan die betrekking heeft op onbenoemde getallen. Daarom hoort de vraag "bereken 19% van € 14,45" niet bij de contextloze vragen, omdat het gaat om een geldbedrag (benoemd getal) en omdat de leerling bij het antwoord ook nog moet bedenken dat dit antwoord in veel gevallen - maar niet altijd - moet worden afgerond op twee decimalen.

De contextloze opgaven dienen *zonder gebruik van een rekenmachine* te worden beantwoord. Het niveau van deze opgaven beperkt zich tot referentieniveau 1F en 1S.

De kandidaat kan:

- hoofdbewerkingen op papier of uit het hoofd uitvoeren met gehele getallen en decimale getallen. (Zie bijvoorbeeld vraag 9 uit de voorbeeldtoets)
- een getal afronden op een gegeven aantal decimalen.
- eenvoudige breuken omzetten in decimale getallen. (Zie bijvoorbeeld vraag 8 uit de voorbeeldtoets)
- rekenen met eenvoudige percentages. (Zie bijvoorbeeld vraag 4 uit de voorbeeldtoets)
- bewerkingen met eenvoudige breuken uitvoeren. (Zie bijvoorbeeld vraag 1 uit de voorbeeldtoets)

De berekeningen die nodig zijn voor dit type opgaven kunnen eventueel uitgevoerd worden door toepassing van een 'handig reken'-strategie. Toepassing van een cijferprocedure is mogelijk maar niet strikt noodzakelijk.

Misvatting 5:

De rekentoetswijzercommissie schrijft handig rekenstrategieën voor.

De rekentoetswijzercommissie schrijft geen strategieën voor, maar biedt leerlingen de gelegenheid handig rekenstrategieën toe te passen. Als een leerling deze niet, maar een cijferprocedure wel beheerst, dan staat het hem volledig vrij een dergelijke procedure te hanteren. De leerling krijgt kladpapier en pen tot zijn beschikking en heeft voldoende tijd de contextloze opgaven op deze wijze te maken. Er worden geen cijferprocedures voorgeschreven en evenmin vragen gesteld over een procedure. Dat zou op gespannen voet staan met hoe een school een leerling een rekenvaardigheid leert. Een leerling die bijvoorbeeld een deling uitvoert met de hapmethode uit het primair onderwijs beheerst de vaardigheid *delen van twee getallen* nagenoeg even goed als de leerling die een staartdeling toepast. Misschien is hij wat trager.

Dat laat onverlet dat in het vervolg van de opleiding de staartdeling gebruikt wordt om een polynoom uit te delen uit een ander. Leerlingen die dat nodig hebben, kunnen de staartdeling naar mijn idee beter leren op het moment dat uitdeling van polynomen aan de orde is.

Misvatting 6:

"Er is nog steeds, ook na de brief van Van Bijsteveldt van 6 juni jl, onzekerheid over de status van die rekentoetsen: of ze uiteindelijk wel mee zullen tellen voor de eindexamenresultaten havo/vwo (wat van de gekke zou zijn),"

Het is inmiddels duidelijk op welke wijze de resultaten op de rekentoetsen meetellen in het examen. Graag verwijs ik naar de website van het Steunpunt Taal en Rekenen vo op [http://www.steunpuntaalenrekenenvo.nl/sites/default/files/ServiceDocument%20VO%](http://www.steunpuntaalenrekenenvo.nl/sites/default/files/ServiceDocument%20VO%20)

Misvatting 7:

"Dan is het opmerkelijk dat de minister voor het rekenen een andere constructie kiest, dus niet een samenvallen met de eindexamenonderdelen wiskunde. Ik begrijp weinig van de beweegredenen achter dit alles, ik zie geen consistente lijn. Laten we blij zijn dat de eindexamenonderdelen wiskunde verschoond blijven van rekenproblematiek, althans voor de examens havo/vwo."

Volgens mij is de belangrijkste beweegreden van de overheid om rekentoetsen in te stellen gelegen in het feit dat niet elke leerling eindexamen in het vak wiskunde aflegt.

Misvatting 8:

"De KNAW commissie-Lenstra had opdracht om nu eens een keer goed naar het rekenonderwijs te kijken, maar hebben dat uiteindelijk dus niet gedaan: geen analyse van de mogelijke tekortkomingen in de huidige dominante didactiek van het realistisch rekenen, onder gelijktijdig aangeven dat er geen empirisch onderzoek beschikbaar is over de effectiviteit van de genoemde didactiek."

De commissie Lenstra heeft geconcludeerd dat er geen aanwijzingen gevonden konden worden waaruit blijkt dat de realistische dan wel de traditionele rekendidactiek effectiever is dan de ander. De meest bepaalde factor zou de docent zijn. De opdracht aan de commissie was ook niet enkel om tekortkomingen van de realistische rekendidactiek te analyseren, maar de (effectiviteit van de) realistische en de traditionele rekendidactiek met elkaar te vergelijken.

Er is daarnaast onderzoek over dit thema gedaan door De Brock en Perez van KU Leuven (zie: <https://lirias.kuleuven.be/handle/123456789/309772>) waarbij de onderzoekers op de Nationale Wiskunde Dagen van januari j.l. de volgende conclusies gepresenteerd hebben:

- Transfer naar een nieuw "abstract" domein wordt bevorderd door een abstract, eerder dan een concreet instructiedomein

Maar...

- Transfer naar een nieuw "concreet" domein wordt ook bevorderd door een concreet, eerder dan door een abstract instructiedomein
- Ernstige twijfels over wat de studenten werkelijk leerden uit de abstracte instructieomgeving
- Sommige studenten bereikten een hoger abstractieniveau vanuit de concrete instructieomgeving.

Dit lijkt me een aanwijzing dat, als je leerlingen functioneel rekenen wil leren, je dat het beste via een concrete instructieomgeving kan doen en als je leerlingen abstract rekenen wil leren, dat het beste vanuit een abstract instructiedomein kan doen, waarbij dat laatste door de laatste twee conclusies wat in twijfel getrokken wordt. Het is in elk geval geen aanbeveling om alle gevallen een vaste didactiek toe te passen.

Misvatting 9:

"In de rekenopvattingen van de Freudenthalgroep is er steeds minder ruimte gekomen voor basale rekenvaardigheden."

Dit is een achterhaalde stellingname. Ook bij het Freudenthal Instituut is het besef ontstaan dat (het oefenen van) basale vaardigheden noodzakelijk is. Dat blijkt bijvoorbeeld uit het feit dat het instituut oefenmateriaal heeft uitgegeven onder de naam ZOEFI.