

De toets Rekenvaardigheden in 2004/2005

F.J.L. Martens
TUE Eindhoven

Woensdag 3 november 2004

e-mailadres: f.j.l.martens@tue.nl

Dit verslag bevat wat achtergronden en cijfers bij de toets Rekenvaardigheden uit 2004/2005 en enkele aanbevelingen naar aanleiding van de resultaten. De toets zelf is erbij gevoegd. Dit stuk is voor een nogal brede doelgroep bedoeld en eenieder moet er maar het zijne uit halen.

■ Inleiding

Op de Technische Universiteit Eindhoven is bij verschillende opleidingen in het studiejaar 2004/2005 een toets Rekenvaardigheden gehouden. Het is het tweede studiejaar dat deze toetsen gehouden worden. De toets van dit jaar is bewust eenvoudiger gemaakt dan die van vorig jaar en daarom heeft een vergelijking van de cijfers van beide jaren weinig zin.

Op grond van de ervaringen van vorig jaar is er met nogal wat mensen, enerzijds wiskundigen van de TU Delft en de universiteit Twente en anderzijds leraren wiskunde van middelbare scholen, van gedachten gewisseld. Het blijkt dat de ideeën over dit soort toetsen nogal uiteen lopen. Bij het maken van de toetsen van dit studiejaar is er ook binnen Wiskunde op de TUE nogal wat discussie geweest en deze draaide om drie punten: het diagnostische karakter van de toets, de zin van het houden van een toets én de hulpmiddelen bij de toets.

De ervaringen van vorig studiejaar en de discussie heeft er toe geleid dat er op de TUE dit studiejaar één toets is gehouden voor alle opleidingen die meededen.

■ Behoeftte aan een toets

De afgelopen jaren zijn de resultaten bij de wiskundevakken langzaam achteruitgaan. Opvallend is ook dat de studenten steeds langer doen over het maken van opgaven. Het blijkt dat de rekenvaardigheid en de wiskundekennis afnemen. De vaardigheid in het omgaan met formules, met name het herkennen van uitdrukkingen, is ook minder geworden. Bij deze achteruitgang spelen formulekaart en grafische rekenmachine een rol. Deze hulpmiddelen worden vaak kritiekloos gebruikt door de studenten.

Er bestaan grote verschillen tussen rekenvaardigheden en kennis op wiskundig gebied bij binnenkomende studenten. Deze verschillen worden steeds groter. De huidige studenten blijken nogal optimistisch te zijn over hun rekenvaardigheden. De toets laat studenten zien hoe de vlag er op het gebied van hun rekenvaardigheden en wiskundekennis bij hangt. Studenten schrikken nogal van de resultaten. Natuurlijk heeft een toets pas zin als die gepaard gaat met de mogelijkheid om rekenvaardigheid en kennis te verbeteren. Bij verschillende opleidingen op de TUE zijn er cursussen, óf voor iedereen óf voor studenten die slecht scoren op de toets. Deze cursussen zijn niet genoeg om de rekenvaardigheid op het juiste peil te brengen, maar het is een begin en in de loop van hun studie zullen de problemen met de rekenvaardigheid verdwijnen, tenminste als studenten hier aandacht aan besteden.

Een toets laat ook docenten zien wat studenten kunnen. Over het wennen aan de nieuwe VWO-instromers zal nog wel een paar jaar heen gaan. Al enkele jaren worden (wiskunde)vakken aangepast.

■ Randvoorwaarden

De toets moet zijn voor studenten met ofwel het profiel N&T ofwel het profiel N&G, want beide profielen komen bij alle opleidingen op de TUE voor.

De toets mag niet negatief uitwerken op de studenten. Dit betekent dat docenten die een toets houden moeten uitleggen wat een slechte score betekent. Een slechte score wil zeggen dat het bestuderen van stof en het maken van opgaven traag zal gaan, maar wil niet zonder meer zeggen dat er onvoldoenden voor de (wiskunde)vakken worden gehaald.

De toetsen worden centraal afgenomen. Zij moeten in een beperkte tijd, dus hooguit in een uur, worden afgenomen. De toets moet uit een beperkt aantal eenvoudige vragen met niet al te veel stappen bestaan. Daarnaast moet de nakijkprocedure simpel zijn.

De toets moet in het begin van het studiejaar worden afgenomen. Voordelen bij dit tijdstip zijn dat bijna alle eerstejaarsstudenten meedoen en dat er ook reparatieactiviteiten aan het begin georganiseerd kunnen worden. Bij enkele opleidingen zijn er na de bijspiijkercursussen weer toetsen gehouden. Evenals vorig jaar zijn de scores voor deze herhalingstoetsen duidelijk hoger dan die voor de oorspronkelijke toetsen.

■ Keuzes bij toets

De toets duurt één uur, bestaat uit 15 vragen en een antwoord is óf goed óf fout. Het nakijken gaat dan vrij snel en er kunnen studentassistenten bij worden ingeschakeld.

Er zijn drie ingrediënten: (1) algebraïsche vaardigheden, (2) differentiëren en integreren en (3) goniometrie. De toets van dit jaar is iets eenvoudiger dan die van vorig jaar. De toets is door enkele mensen van Wiskunde gemaakt maar er is een VWO-docent geraadpleegd. De toets is zo in elkaar gezet dat er ook een zeker tempo nodig is alle vraagstukken te maken.

Formulekaart en grafische rekenmachine zijn niet toegestaan. Daar zijn verschillende redenen voor. Op de eerste plaats is de toets onderzoekend. Eerstejaars op een technische universiteit hebben meer hang naar β en we verwachten dat zij meer weten en herkennen zonder deze hulpmiddelen. Op de tweede plaats worden de meeste toetsen in het begin van de eerste week gehouden en dan hebben veel studenten deze middelen niet bij zich. Ervaringen van het vorige jaar wijzen erop dat gebruik van formulekaart en grafische rekenmachine de resultaten nauwelijks beïnvloeden.

■ Inhoud toets

De 15 vragen van de toets zijn verdeeld in groepjes van 3.

Opgaven (1) t/m (3): Rekenvaardigheden

Bij opgave (1) komt een negatieve exponent voor. Veel studenten weten niet wat deze betekent. Alhoewel vorig jaar de score laag was, verwachten we dat een redelijk deel deze opgave kan maken. Gezien de score bij opgave (2) blijken de studenten de eigenschappen van de logaritme niet goed beheersen.

Opgaven (4) t/m (6): Vergelijkingen en ongelijkheden

Bij opgave (5) speelt het herkennen van een kwadratische vergelijking in e^x een rol. De verwachting was dat deze opgave slecht gemaakt zou worden.

Opgaven (7) t/m (9): Goniometrie

De scores bij gonio-opgaven zijn laag. Deze opgaven kunnen met behulp van de identiteit $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ of met behulp van de eenheidscirkel worden opgelost. Het is zeer de vraag of deze opgaven met de formulekaart beter gemaakt zou worden.

Opgaven (10) t/m (12): Differentiëren

Dit type opgaven geeft weinig problemen.

Opgaven (13) t/m (15): Integreren

De studenten kennen waarschijnlijk de oplossingsstrategie bij deze opgaven, maar complicaties doen hen ontsporen.

Bij de opgaven (1), (3), (6) en (10) t/m (13) werd een score van minstens 50 % verwacht. De opgaven (4), (5) en (7) t/m (9) zouden naar verwachting slecht gemaakt

worden. In principe zou een student zonder al te veel problemen een score van 4 moeten kunnen halen. De voorspellingen van de wiskundedocenten van het gemiddelde aantal goede antwoorden lagen tussen de 3 en 6.

■ Resultaten

De opleidingen die met de toets meededen zijn Bedrijfskunde (BMT), Biomedische Technologie (BMT), Elektrotechniek (E), Installatietechniek (Ins), Natuurkunde (N), Techniek en Maatschappij (TEMA), Werktuigbouwkunde (W) en Wiskunde (WSK).

De toetsen zijn de eerste week gehouden. Om zowel de studenten als de docenten vanaf het begin duidelijkheid te verschaffen zijn de toetsen meteen door docenten, instructeurs en studentassistenten nagekeken. Ondanks alle voorzorgsmaatregelen zal niet alles consequent zijn nagekeken. Niettemin geven de cijfers een vrij goed beeld.

Een klein probleem zijn de ouderejaars. Verreweg het grootste deel van de deelnemers zijn echte eerstejaars. Bij enkele opleidingen zoals E en W hebben alleen eerstejaars meegedaan. Als het op grond van de gegevens mogelijk was zijn de ouderejaars niet meegerekend.

Op1	Deelnemers
BDK	95
BMT	87
E	90
Ins	14
N	60
TEMA	35
W	168
WSK	52

Tabel 1 Het aantal deelnemers per opleiding

Op1	Gemiddelde
BDK	3.4
BMT	4.0
E	3.4
Ins	2.8
N	5.5
TEMA	3.2
W	3.5
WSK	5.3

Tabel 2 Het gemiddelde aantal goede vragen

Het gemiddelde aantal goede vragen ligt te laag. Gezien de opgaven had dit toch wel bij 5.0 mogen liggen. Tien van de vijftien vragen zou iedere eerstejaars in principe moeten kunnen.

Het verschil in resultaten tussen BMT en W is opvallend. Het percentage studenten met profiel N&G bij BMT ligt hoger dan bij W. Het percentage meisjes ligt bij BMT veel hoger dan bij W. Vorig jaar waren de resultaten van deze twee opleidingen gelijk.

■ Conclusie en aanbevelingen

Er wordt op de TU's nogal geklaagd over rekenvaardigheid en wiskundige kennis van de eerstejaarsstudenten. Het blijkt dat de gemiddelde score nogal laag is en dat de grote middengroep van studenten te weinig rekenvaardigheden heeft. Ik denk dat de eerstejaars 10 jaar geleden een gemiddelde gehaald zouden hebben dat minimaal 7 zou zijn. Dit is nogal zorgwekkend. Het te weinig in huis hebben van rekenvaardigheden en kennis zorgt voor veel vertraging bij de studie. Dit is des te schrijnender omdat eerstejaars die hier binnenkomen juist aan een hogere snelheid moeten wennen.

Het is goed om aan het begin van ieder studiejaar een toets Rekenvaardigheden te houden die diagnostisch is voor de student. Dat betekent wel dat de toets op een verantwoorde manier moet zijn samengesteld. De huidige organisatievorm heeft het voordeel dat de toets door de studenten serieus genomen wordt.

Bied reparatiemogelijkheden na de toets zoveel mogelijk in het reguliere eerstejaars wiskundeonderwijs. Dat wil zeggen: verrooster de eerste maanden iedere week twee uren waar studenten met een lage score aan deel kunnen nemen. Houd iedere keer een toets met een paar typen eenvoudige opgaven, laat die ter plekke nakijken en praat met de studenten over de achtergrond van deze sommen. Laat het tweede uur deze studenten aan dezelfde soort opgaven werken. Hang deze extra uren aan een wiskundevak. Dat is dan winst omdat daar rekenvaardigheden en wiskundekennis in een breder kader geplaatst worden en de zwakke student uit de middengroep beter gewapend raakt.

■ Detailinformatie

Als het aantal goede antwoorden 4 of minder is, dan heeft de student een probleem op het gebied van rekenvaardigheden en wiskundige kennis. Bij de meeste opleidingen blijkt zo'n 70 % van de studenten problemen te hebben.

Aantal goede antwoorden	BDK	BMT	E	Ins	N	TEMA	W	WSK
0	6	8	7	7	2	14	10	8
1	21	20	19	36	12	26	20	10
2	39	36	50	43	17	49	37	27
3	53	45	60	64	32	71	51	31
4	68	60	70	86	42	71	68	48
5	82	73	79	93	50	77	82	56
6	91	83	88	93	65	89	90	67
7	97	90	95	100	70	94	96	67
8	99	96	98	100	80	97	98	85
9	100	97	98	100	90	97	99	94
10	100	98	98	100	97	97	100	94
11	100	99	99	100	98	97	100	94
12	100	99	100	100	100	97	100	94
13	100	100	100	100	100	100	100	94
14	100	100	100	100	100	100	100	100

Tabel 3 Cumulatief percentage studenten bij aantal goede antwoorden

Voor de volledigheid staan hier nog twee tabellen met informatie over de vragen afzonderlijk.

Vraagstuk	BDK	BMT	E	Ins	N	TEMA	W	WSK
1	7	16	14	0	22	11	13	17
2	3	13	3	7	5	11	5	19
3	41	20	12	14	18	6	27	23
4	10	9	13	0	20	9	8	15
5	5	13	9	14	13	3	8	38
6	44	54	50	50	75	43	49	58
7	4	6	10	0	15	3	10	21
8	31	28	26	7	38	17	35	37
9	14	8	6	0	8	20	7	19
10	55	62	52	43	78	51	47	73
11	43	51	51	50	77	37	48	54
12	24	37	30	29	45	31	31	38
13	27	32	29	43	43	37	28	54
14	4	23	12	14	18	11	9	31
15	22	21	22	7	33	31	26	34

Tabel 4 Percentage correcte antwoorden

In bovenstaande tabel valt opgave (2), de logaritme-opgave, op. Deze zou ook met de formulekaart niet veel beter gemaakt worden, want de mintekens voor de logaritme

strooiden roet in het eten. De resultaten van opgaven (4), (5) en (9) zijn conform de verwachtingen.

Bij de opleidingen BMT en W is ook van ieder van de vraagstukken bekend hoe groot het percentage van de studenten is dat geen antwoord heeft gegeven.

Vraagstuk	BMT	W
1	10	14
2	51	48
3	12	14
4	40	35
5	55	58
6	1	2
7	40	38
8	28	17
9	70	50
10	1	5
11	12	14
12	8	10
13	33	39
14	47	50
15	20	23

Tabel 5 Percentage opengelaten onderdelen

Vier vraagstukken vallen op. Opgave (2) is de opgave met de logaritme. Er is alleen een correct antwoord te geven als je beseft dat $-\ln(2) = (-1) \cdot \ln(2)$ en weet dat $2^{-1} = \frac{1}{2}$. Zonder deze kennis kun je zelfs geen start met deze opgave maken. Bij opgave (5) is het herkennen van een kwadratische vergelijking in e^x essentieel. Het percentage studenten dat geen antwoord gaf, is in dit geval niet verontrustend. Bij opgave (9) moet je thuis zijn in de goniometrie en dat is meestal een paar jaar geleden voor de studenten. Bij opgave (14) moet je een primitieve vinden en de behandeling van technieken om primitieven te bepalen is op het VWO nogal gereduceerd. De verwachting was wel dat een redelijk deel van de studenten geen idee had hoe deze twee opgaven moesten worden opgelost, maar dat het percentage studenten dat hier niets invult zo hoog is, verbaast ons wel.

Toets Rekenvaardigheden voor W

maandag 30 augustus 2004

Naam:	Ident.nr.:
Jaar eindexamen:	Profiel:
OGO-groep:	OGO-nummer:

- Deze toets is bedoeld om een idee te krijgen van uw parate kennis en uw beheersing van enkele basisvaardigheden van de wiskunde.
- Het gebruik van een rekenmachine of een formulekaart is niet toegestaan.
- Ga als volgt te werk. Nadat u op een kladpapier de berekening hebt gemaakt, schrijft u **alleen** het antwoord in de ruimte die bij elke vraag is opengelaten.
- Als u een onderdeel niet kunt, sla dat dan meteen over.
- Er zijn 15 onderdelen.
- De tijdsduur van de toets is één uur.

Vraag	Antwoord
1. Vereenvoudig zoveel mogelijk $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{8}\right)^3 \times 12$.	
2. Vereenvoudig zoveel mogelijk $\ln(6e^5) - \ln(2) - \ln(3)$.	
3. Schrijf $\frac{3a}{3a-2} - \frac{a+2}{a}$ als een breuk en vereenvoudig zoveel mogelijk.	
4. Los op: $\frac{6}{x-3} - \frac{x+1}{x-4} = -3$.	
5. Los op: $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$.	
6. Los op: $x^2 + 3x > 4$.	

Vraag	Antwoord
7. Bereken exact $\tan(\frac{5}{6}\pi)$.	
8. Los op: $\cos(x) = \sin(x)$ waarbij $x \in [0, 2\pi]$.	
9. Gegeven is dat $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ en dat $\cos(\alpha) = -\frac{3}{5}$. Bereken $\sin(\alpha)$.	
10. Differentieer $3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$.	
11. Differentieer $e^{2x} + \cos(3x)$.	
12. Differentieer $\sin(\sqrt{x})$.	
13. Bereken $\int (\sin(2x) + \cos(3x)) dx$.	
14. Bereken $\int_2^{e+1} \frac{1}{x-1} dx$.	
15. Bereken de oppervlakte van het begrensde gebied tussen de grafieken van de functies $f(x) = -x^2 + 6x$ en $g(x) = 2x$.	